

ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

Filière : PSI

SUJET MIS A LA DISPOSITION DES CONCOURS ENSTIM, INT, TPE-EIVP

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage d'ordinateur ou de calculatrice est interdit.

Les calculs numériques seront faits « à la main » avec une précision de $\pm 10\%$ ($0.9 \approx 1$).

Cet énoncé comporte 12 pages numérotées de 1 à 12. Le travail doit être reporté sur un document-réponse de 3 copies (12 pages) distribuées avec le sujet. Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms (souligner le prénom usuel), numéro d'inscription et signature - avant même d'avoir commencé l'épreuve. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.

Bien qu'organisées au sein d'une progression logique, les questions sont largement indépendantes. Il est donc possible de ne pas les traiter dans l'ordre. Par contre chaque question doit être rédigée dans l'ordre des sous-questions et sur les pages correspondantes du document-réponse. Le barème indiqué pourra être modifié.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

CORRECTION DE TILT D'UNE OPTIQUE ADAPTATIVE

Systeme conçu pour le VLT par le DESPA, Observatoire de Paris-Meudon.

1. PRESENTATION DU SYSTEME

En instrumentation astronomique, un système d'optique adaptative (OA) permet de corriger les effets des turbulences de l'atmosphère. Celles-ci provoquent des fluctuations aléatoires de l'indice de réfraction des couches de l'atmosphère traversées par la lumière, et sont à l'origine des déformations des surfaces d'onde reçues par le télescope. Il en résulte non seulement une déformation instantanée des images, mais également un « flou » dû aux variations de la surface d'onde pendant le temps de pose. La Figure 1 ci-dessous compare deux images du centre galactique prises dans l'infrarouge, l'une sans correction (à gauche), l'autre avec correction par la première optique adaptative astronomique : le système « Pueo » du télescope Canada-France-Hawaï.

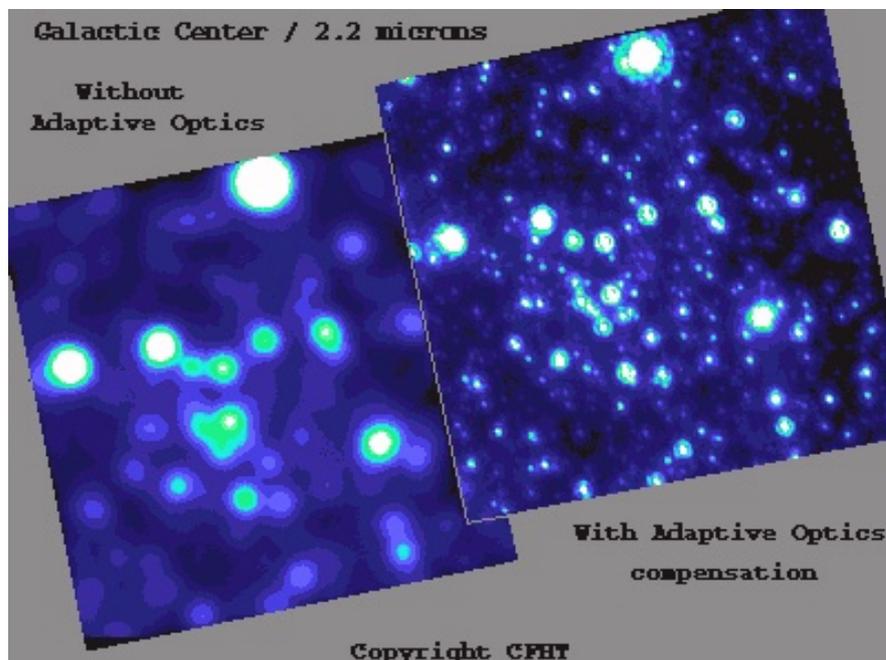


Figure 1 :
Correction
de
turbulence
par Optique
Adaptative

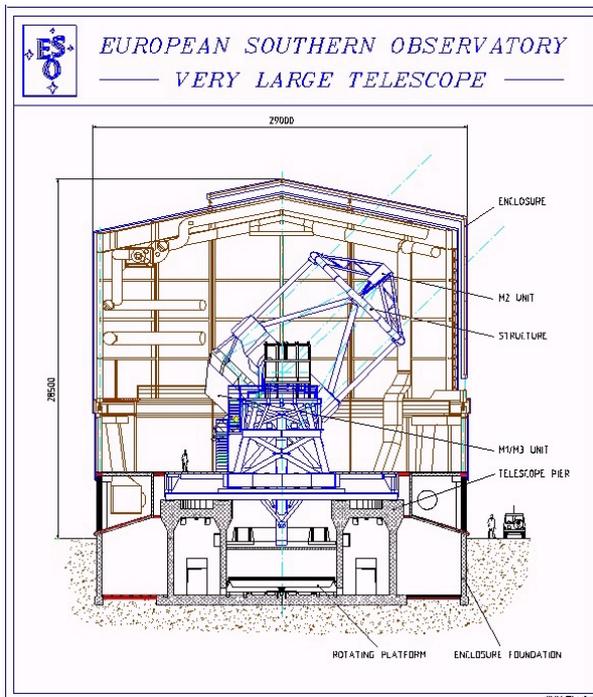


Figure 2 : Structure générale du VLT

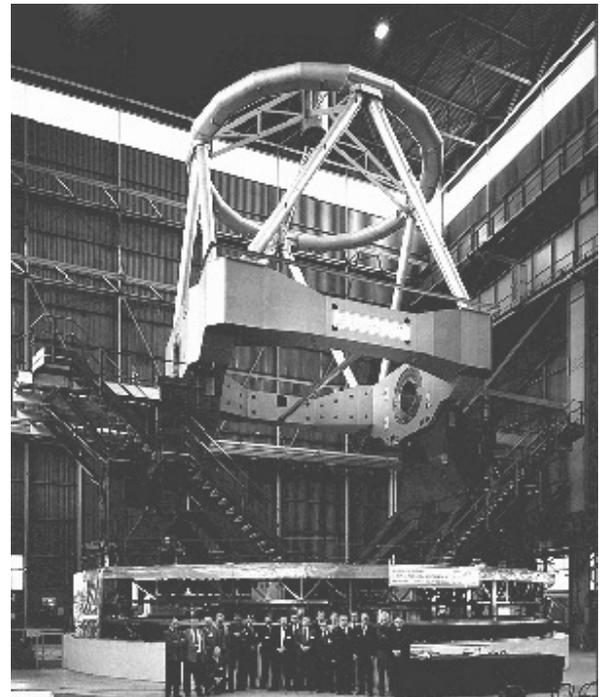


Figure 3 : Le VLT en cours de montage

Nous étudierons ici un sous-système de l'optique adaptative du Very Large Telescope européen (VLT) :

cf. Figure 2 et Figure 3 ci-dessus. Le schéma de principe d'une optique adaptative est présenté Figure 4 ci-contre : la surface d'onde provenant de l'objet astronomique et déformée par l'atmosphère est reçue par les miroirs primaire puis secondaire du télescope. La lumière est séparée par une lame dichroïque (un miroir partiellement réfléchissant), et envoyée pour partie sur la caméra CCD où se forment les images, pour l'autre partie sur un analyseur de surface d'onde (ASO). Celui-ci fournit une estimation de la déformation de la surface d'onde. Un calculateur temps-réel en déduit les commandes à appliquer aux actionneurs de l'optique adaptative.

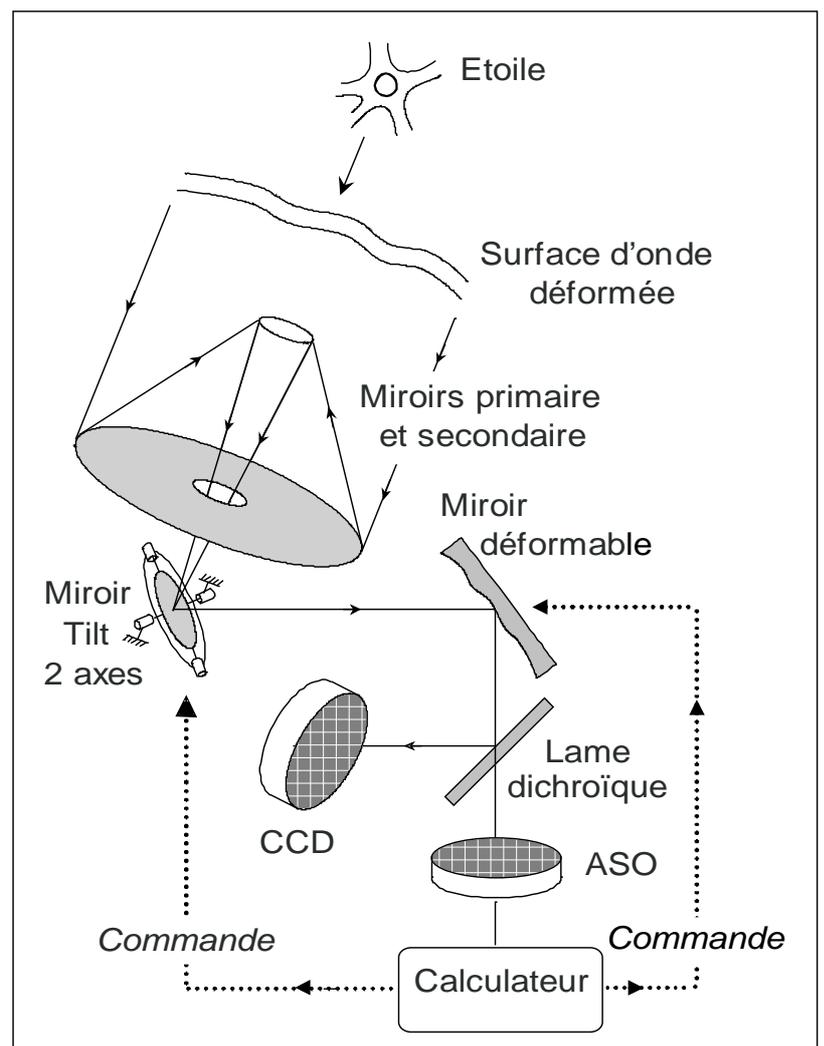
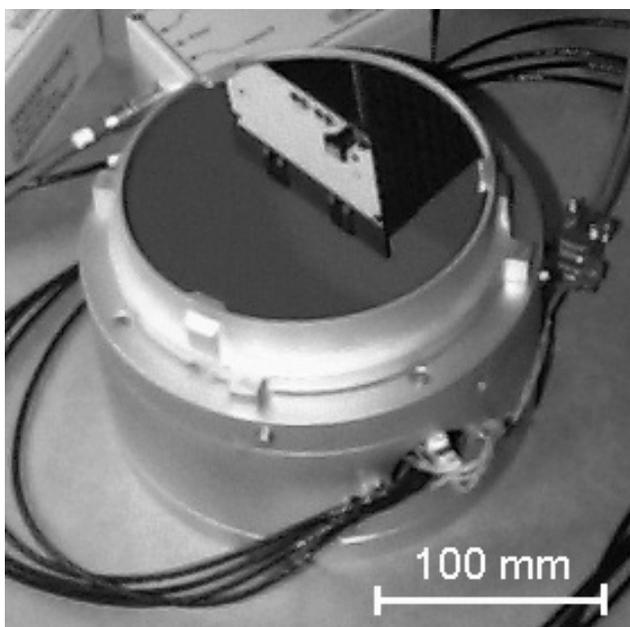


Figure 4 : Schéma de principe d'une optique adaptative

Pour des raisons de traitement du signal et de technologie des miroirs adaptatifs, on décompose la surface d'onde déformée en *modes*, c'est à dire qu'on la projette sur une base orthonormée de fonctions. Les premiers modes sont un « piston » (une constante, soit un mode d'ordre zéro), et deux basculements orthogonaux (modes d'ordre un) : *tip-tilt* en anglais et *tilts* en jargon technique de l'astronomie.

Le mode piston est indifférent et n'est pas corrigé. Les *tilts* représentent 90% de l'énergie de déformation. Les modes d'ordre compris entre 2 et une valeur maximale choisie par les concepteurs peuvent être corrigés par un miroir déformable, dont la technologie est généralement à base de matériaux piézo-électriques. Ce miroir ne peut presque pas corriger les *tilts*. Il est donc bien préférable de confier cette fonction à un sous-système séparé commandant un miroir plan par deux rotations orthogonales.

L'objet de cette étude est le système d'optique adaptative, et plus particulièrement le sous-système de correction de tilt (Tip-Tilt Mirror, ou TTM) conçu pour le VLT par le Département de Recherche Spatiale (DESPA) de l'Observatoire de Paris-Meudon.



*Figure 5 :
Prototype du
« Tip-Tilt Mirror »
du VLT*

Les différents aspects de l'étude de ce miroir sont les suivants :

- Optique : l'aspect le plus simple, car il « suffit » de réaliser un miroir plan rigide de haute précision.
- Mécanique : simple du point de vue cinématique, délicat du point de vue dynamique du fait du comportement vibratoire qui influe directement sur les performances.
- Automatique : étude classique dans son principe mais dont la mise en pratique présente des difficultés, dans le contexte de comportement dynamique déjà évoqué, de par les exigences des spécifications.
- Électronique : toute la chaîne d'acquisition de données et d'élaboration de la commande sont électroniques.
- Technologique et économique : les critères de choix de solutions techniques sont les mêmes que dans toute réalisation d'instrumentation scientifique de pointe en très petite série : la technologie choisie doit être simple, fiable, bien maîtrisée ; son coût (étude et réalisation) doit être raisonnable car les marchés des grands projets internationaux sont fortement concurrentiels .

Dans ce sujet, nous aborderons plusieurs de ces aspects, en insistant sur ce qui est le plus proche du programme des classes préparatoires. L'étude électronique ne sera pas abordée.

2. QUESTIONS

Dans ce sujet, les questions sont regroupées et chacune sera notée globalement. Les candidats sont invités à rédiger soigneusement leurs réponses, tout en les résumant ; les résultats intermédiaires dans une question Q_i seront numérotés ($Q_i.1$), ($Q_i.2$), etc., permettant d'y faire référence par la suite. Les résultats importants seront encadrés. Bien rédiger consiste en particulier à expliquer avec concision ce que l'on fait et pourquoi on le fait, et non à détailler inutilement des calculs intermédiaires.

2.1. ETUDE FONCTIONNELLE DU SYSTEME D'OPTIQUE ADAPTATIVE

On propose d'abord aux candidats d'exprimer leur compréhension du fonctionnement du système. On a choisi pour ce faire le formalisme SADT (System Analysis and Design Technique, c'est à dire Technique d'analyse et de conception des systèmes) dont le principe est rappelé Figure 6 ci-contre :

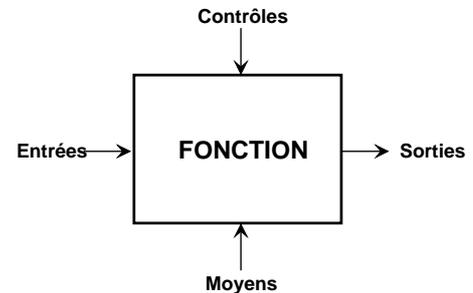


Figure 6 : Principe du SADT

Question 1 : SADT (1 point).

Réaliser un diagramme SADT de l'ensemble du système d'optique adaptative décrit Figure 4 page 2/12. Indiquer le niveau « A-0 » (A moins zéro) présentant la fonction globale, puis le niveau « A0 » détaillant ses sous-fonctions. On évitera les confusions entre entrées, moyens et contrôles.

2.2. ETUDE MECANIQUE DE LA PARTIE OPERATIVE

Lors de l'étude de la partie opérative, la première préoccupation est de contrôler la capacité mécanique de la monture du miroir à corriger les tilts. On s'intéresse donc aux liaisons entre la monture et le bâti.

Question 2 : Théorie des mécanismes et cinématique (4 points)

Les liaisons réelles définies dans le dossier technique (Cf. Figure 8 page 8/12) ont été modélisées par des liaisons normalisées. Il en résulte le schéma de la Figure 7 ci-dessous :

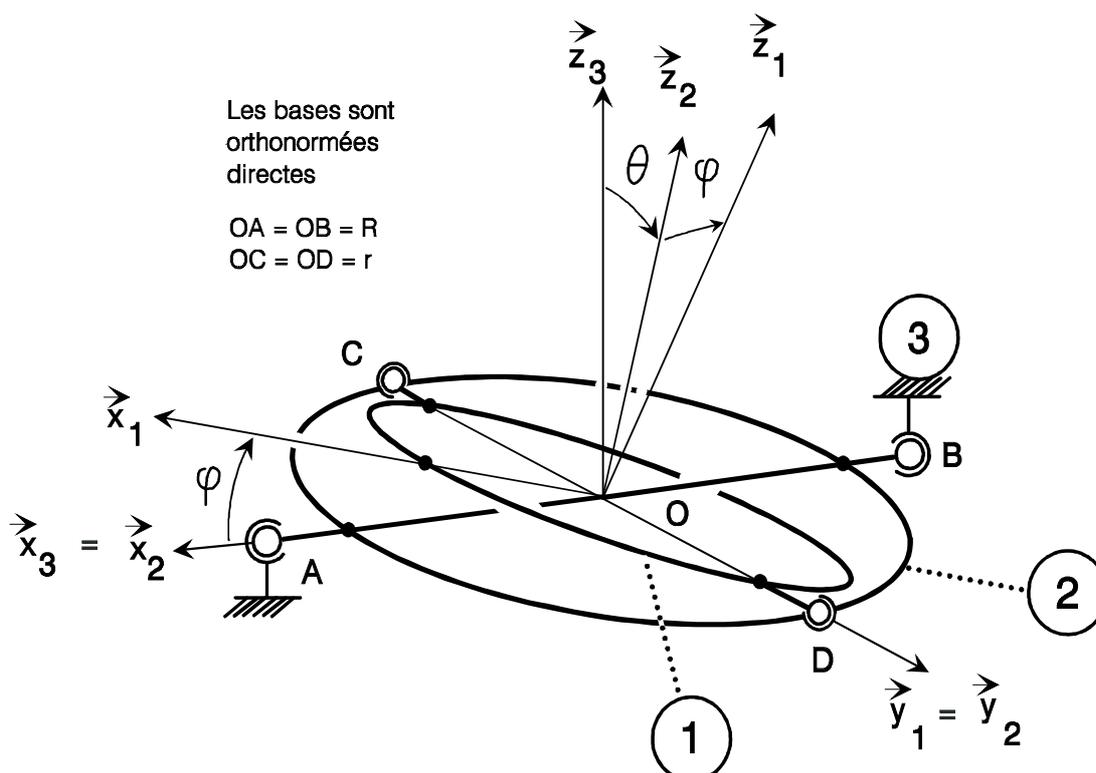


Figure 7 : Schéma d'architecture du TTM

- Justifier ces modèles de liaisons normalisées.
- A partir du schéma d'architecture de la Figure 7 page 4/12, déterminer la forme générale du torseur cinématique de la liaison globale équivalente 1-3. Nommer cette liaison, préciser ses éléments géométriques caractéristiques et son degré de mobilité m .
- Montrer que cette liaison présente de l'hyperstaticité, et précisez-en le degré h . Pour cela, on étudiera le mécanisme constitué des solides (1,2,3).
- Présenter avec concision une analyse de la solution technologique retenue pour réaliser cette liaison. Examiner en particulier les avantages et inconvénients de cette hyperstaticité dans le cas précis de ce mécanisme.

Question 3 : Dynamique (5 points)

A partir de la cinématique de la monture, on peut alors étudier sa dynamique afin de construire un modèle de la fonction de transfert mécanique du système. Ce modèle servira aux calculs et simulations préliminaires, qui devront être confrontés aux tests du prototype.

Le système comporte deux axes asservis, nommés X et Y , dont les sorties sont les variables angulaires θ et φ . La première démarche du concepteur d'un système asservi multivariables est d'essayer de « découpler les axes », c'est à dire de rendre le système représentable par plusieurs boucles d'asservissement monovariante indépendantes. Dans cette partie, nous nous attacherons à montrer l'indépendance des deux fonctions de transfert mécaniques.

On utilisera une notation entre crochets pour les matrices : celle d'un vecteur \vec{u} dans une base \mathbf{B} sera notée $[\vec{u}]_{\mathbf{B}}$ au lieu de $mat_{\mathbf{B}}\vec{u}$, et celle d'une application linéaire (ou « opérateur ») f : $[f]_{\mathbf{B}}$ au lieu de $mat_{\mathbf{B}}f$.

Si \vec{u} est une fonction vectorielle du temps, sa dérivée dans \mathbf{B} sera notée $\frac{d_{\mathbf{B}}\vec{u}}{dt}$.

Si g est une fonction scalaire du temps, sa dérivée sera notée \dot{g} .

Soit k la raideur torsionnelle des articulations élastiques « Free Flex » (moments de rappel : $-k.\theta$ et $-k.\varphi$).

On appelle M_x et M_y les moments de 3 sur 1 dus aux actionneurs, respectivement par rapport aux axes $O\bar{x}_2$ et $O\bar{y}_2$, que l'on supposera indépendants des angles θ et φ .

On notera « 1 » le solide matériel $1 \cup 5 \cup 6 \cup 9$, et « 12 » le système matériel déformable $(1 \cup 5 \cup 6 \cup 9) \cup 2$.

On note $\mathbf{B}_k = \left(\begin{matrix} \vec{x}_k & \vec{y}_k & \vec{z}_k \end{matrix} \right)$ la base liée au solide n°k, pour $k \in \{1, 2, 3\}$

On demande d'effectuer l'étude dynamique des systèmes matériels 1 et 12 par rapport au socle 3.

- Montrer tout d'abord que la forme générale de la matrice d'inertie du solide 1 au point O dans la base \mathbf{B}_1 est $[J_1^O]_{\mathbf{B}_1} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$, en appelant J_1 l'opérateur d'inertie de 1.

On obtient une relation analogue pour le solide 2, où les indices 1 sont remplacés par 2.

- Dans un deuxième temps, on prend en compte les petites variations des angles θ et φ au voisinage de 0 : Exprimer les moments des torseurs dynamiques $\{D_{1/3}\}$ et $\{D_{12/3}\}$ sous forme de développements limités (DL) au premier ordre pour φ au voisinage de 0. Le candidat est libre de choisir le moment de l'étude le plus judicieux pour effectuer ce DL. On veillera toutefois à pousser le DL à un ordre suffisant pour que le résultat final soit au premier ordre.

- Écrire par rapport au repère $R_3=(O, B_3)$ supposé galiléen, le Principe Fondamental de la Dynamique pour les deux systèmes « 1 » et « 12 », et en extraire les deux équations significatives de moments autour des axes de rotation Ox_2 et Oy_2 .
- Il ne reste plus qu'à reconnaître dans ces équations les « termes de couplage » entre les axes X (celui de θ) et Y (celui de φ). On majorera ces termes dans le cas particulier de régimes harmoniques de même fréquence $\theta=\theta_0.\sin(\omega t)$ et $\varphi=\varphi_0.\sin(\omega t+\psi)$, puis on comparera avec les spécifications.

2.3. ETUDE DE LA COMMANDE DE L'AXE X

Question 4 : Fonction de transfert – Performances en BO des prototypes 1 et 2 (2 points)

- Observer la fonction de transfert mécanique Figure 9 page 9/12 : Y a-t-il un amortissement ? Est-ce utile ? Est-il présent dans la mise en équations de la question 3 ? Sachant que les bobines des actionneurs sont enroulées sur des cylindres creux en aluminium, dire d'où peut provenir cet amortissement.
- La Fonction de Transfert (FT) en Boucle Ouverte (BO) est ici définie de la même façon que lors du relevé expérimental des diagrammes de Bode en BO du prototype 1 (voir § 3.3.3 page 10/12). Déterminer cette FTBO à partir du diagramme fonctionnel de la Figure 9.
- Sur un diagramme de Bode, tracer le diagramme asymptotique et la réponse harmonique en BO correspondant à cette fonction de transfert et vérifier la cohérence avec les relevés expérimentaux du prototype1.

(On donne $\text{Log}_{10} 2 \approx 0,3$, $\text{Log}_{10} 3 \approx 0,5$, $\text{Log}_{10} 5 \approx 0,7$: tracer le graphe du log et interpoler à main levée).

Question 5 : Fonction de transfert - Performances en BF des prototypes 1 et 2 (3 points)

- Déterminer la fonction de transfert en Boucle Fermée (BF) complète à partir du diagramme fonctionnel : entrée = consigne C_θ , sortie = θ . Pour en simplifier l'écriture, exprimer la transmittance inverse $(H_{BF})^{-1}$. (En disposant de moyens de calcul, on aurait comparé la FTBF aux relevés expérimentaux...)
- Étudier le diagramme de Bode en BF du prototype 1 (voir Figure 10 page 9/12) et indiquer pourquoi ses performances ne sont pas satisfaisantes. Quelle est la corrélation entre les résultats de l'étude vibratoire (modes propres de la structure) et les réponses harmoniques en BO et BF ? Proposer une explication et en tirer une conclusion de portée générale.
- Analyser les graphes des réponses expérimentales indicielle et harmonique en BF du prototype 2 : discuter la stabilité et le respect des spécifications.
- Dédire du relevé de bruit que la résolution sur le ciel est conforme.

2.4. CONCEPTION D'UNE SOLUTION

Question 6 : Étude d'une autre architecture pour la liaison miroir 1 – bâti 3. (5 points)

Considérer la constitution des pivots flexibles. Quelles sont les limites de la « grande rigidité radiale » affirmée par la documentation (non fournie) du constructeur ? Imaginer une nouvelle solution technique de monture du miroir :

- réalisant la même liaison théorique que celle du système étudié dans la question 2 ;
- qui soit, comme la solution étudiée, sans jeu et élastique ;
- qui soit susceptible d'augmenter la rigidité des degrés de liberté arrêtés par la liaison.

Représenter cette solution par un ou plusieurs schémas ou dessins à main levée, brièvement commentés.

Fin des questions

3. DOSSIER TECHNIQUE

On fournit ci-dessous des extraits du dossier technique original. Certaines données n'ont pas d'emploi direct ou évident dans le sujet du concours, mais ont été fournies pour respecter la cohérence et le réalisme de l'ensemble. Par ailleurs, la plupart des questions s'appuient sur le dossier technique, sans toujours préciser à quels éléments le candidat doit se référer. Il appartient à ce dernier de réaliser lui-même la recherche des éléments significatifs du dossier (ce qui est typiquement une démarche d'ingénieur), et de faire apparaître clairement les références à ses sources lors de la rédaction du devoir : Il est indispensable de citer le n° de la figure ou du tableau auquel on fait allusion ; s'il le faut, on pourra recopier à main levée certaines courbes afin de les commenter, etc.

3.1. ELEMENTS DE CAHIER DES CHARGES : SPECIFICATIONS.

3.1.1. SPECIFICATIONS OPTIQUES

Géométrie de la pupille : \varnothing 110 mm au niveau du TTM.

Miroir plan \varnothing 140 mm, épaisseur 23 mm.

3.1.2. SPECIFICATIONS DE CORRECTION DE BASCULEMENT (TILT).

(La formule pour convertir un angle α_{ciel} de basculement du miroir en angle α_{MTT} dans le ciel est : $\alpha_{ciel} = 2 \cdot \alpha_{MTT} \cdot \frac{D_{MTT}}{D_{VLT}}$, où D_{MTT} est le diamètre de la pupille au niveau du TTM et D_{VLT} celui de la pupille du télescope, égal à 8 m. On trouve : $\alpha_{ciel} = 0,0275 \cdot \alpha_{MTT}$)

- Amplitude des angles de basculement mécanique de chaque axe : 0,9 milliradians (mrd)
- Amplitude des angles de basculement dans le ciel : 0,024 mrd
- Résolution des angles de basculement mécanique (amplitude totale): 3 microradians (μ rd)
- Résolution des angles de basculement dans le ciel (amplitude totale): : 0,084 μ rd

Fonction de transfert globale (en BF) :

- Gain jusqu'à 100Hz 1
- Retard de phase à 50 Hz $< 20^\circ$
- Temps de réponse à 90% < 2 ms.
- Premier dépassement en réponse indicielle $< 10\%$
- Bande passante à -3 dB : 400 Hz

3.1.3. SPECIFICATIONS DE SOUS-ENSEMBLE ELECTRIQUE

Les deux axes X et Y, doit être commandables simultanément et séparément.

Couplage entre axes : $< 10\%$

Signaux d'entrée : 10 V analogiques

Contrôle de l'angle de sortie pour chaque axe : tension du capteur capacitif de position (10 V).

3.2. ELEMENTS D'ARCHITECTURE

3.2.1. PARTIE OPERATIVE

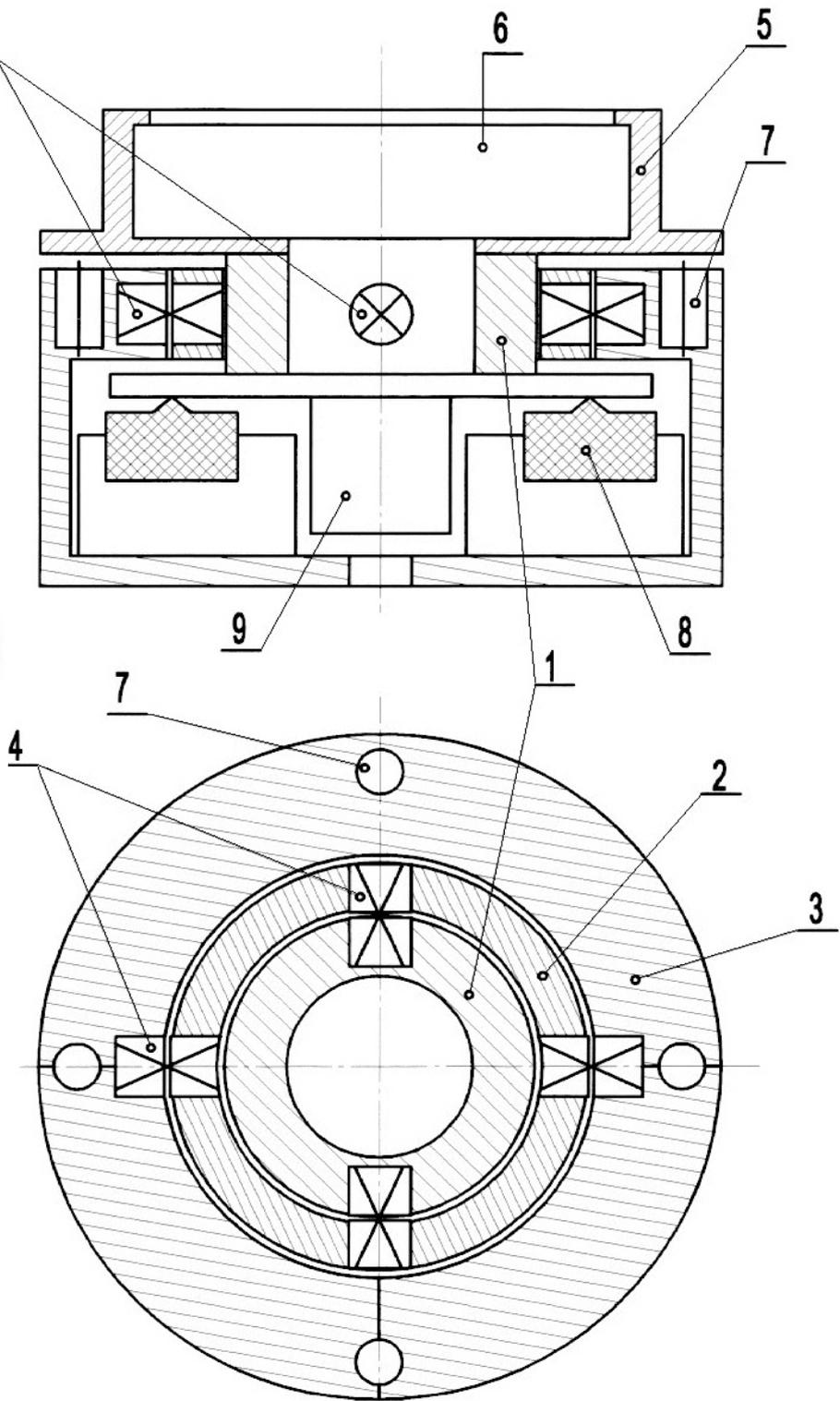
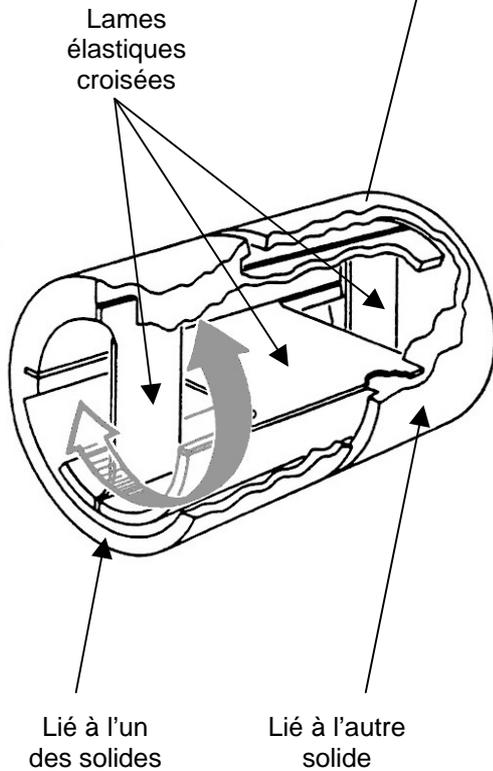


Figure 8 : Schéma technologique du TTM avec détail du pivot Free Flex

Tableau 1: Nomenclature de la Figure 8

1	Anneau central	6	Miroir
2	Anneau intermédiaire	7	Capteurs capacitifs
3	Bâti	8	Actionneurs linéaires de type « haut-parleur »
4	Pivots élastiques à lames croisées Free Flex	9	Contrepoids
5	Berceau de miroir		

Tableau 2	Moments principaux d'inertie (kg.m ²)			Centre d'inertie
	I _x	I _y	I _z	
Solide « 1 » = 1 ∪ 5 ∪ 6 ∪ 9	3,0.10 ⁻³	3,0.10 ⁻³	8,4.10 ⁻³	point O
Solide 2	0,6.10 ⁻³	0,6.10 ⁻³	0,3.10 ⁻³	point O

3.2.2. DIAGRAMME FONCTIONNEL DE L'ASSERVISSEMENT

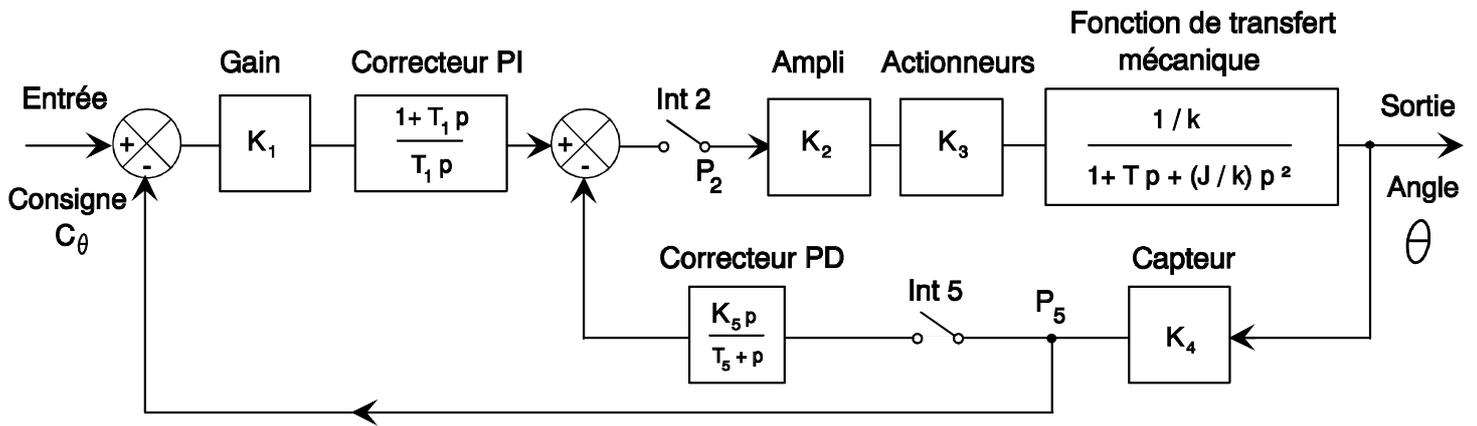


Figure 9 : Diagramme fonctionnel

3.3. CARACTERISTIQUES TECHNIQUES ET PERFORMANCES

3.3.1. VALEURS NUMERIQUES DES COEFFICIENTS (valeurs effectives mesurées).

Gain de l'amplificateur de puissance :	$K_2 = 0,1 \text{ A / V}$
Coefficient de couple des actionneurs :	$K_3 = 1,2 \text{ Nm / A}$
Valeur de réglage des capteurs de position :	$K_4 = 4125 \text{ V / rd}$
Raideur torsionnelle des pivots flexibles pour chaque axe (raideur de 2 pivots) :	$k = 24 \text{ Nm / rd}$
Moment d'inertie / axe de rotation de la partie mobile 1∪2 considérée comme un solide : $J = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	
Facteur d'amortissement $T = 2 \cdot z / \omega_n$ (avec les notations usuelles) :	$T = 10^{-3}$

3.3.2. SIMULATIONS SUR LA FONCTION DE TRANSFERT

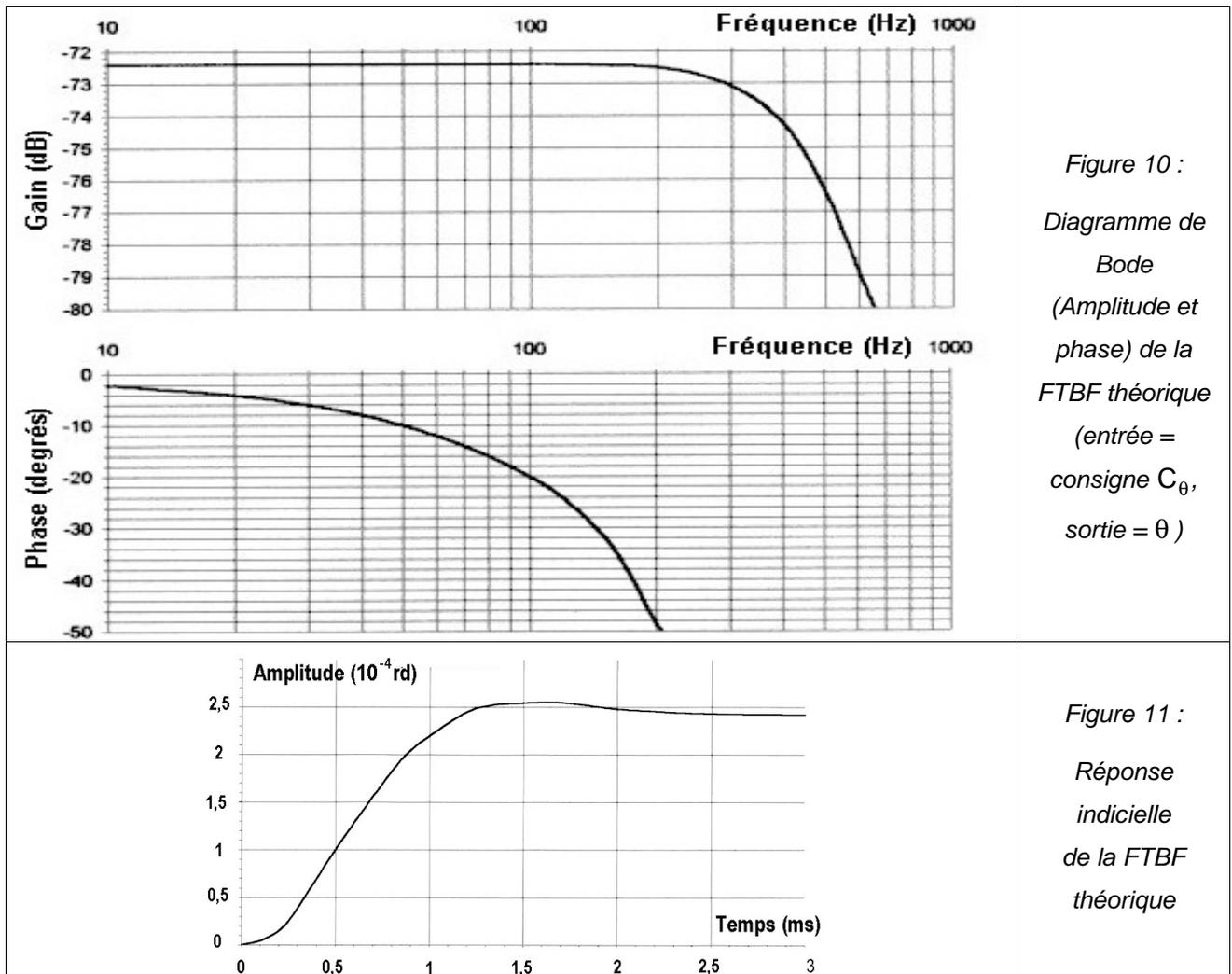


Figure 10 : Diagramme de Bode (Amplitude et phase) de la FTBF théorique (entrée = consigne C_θ , sortie = θ)

Figure 11 : Réponse indicielle de la FTBF théorique

3.3.3. PROTOTYPE 1 : REPONSES EXPERIMENTALES

Réponse harmonique en boucle ouverte : les interrupteurs Int₂ et Int₅ sont ouverts, on applique le signal au point P₂, la sortie est mesurée en P₅ (voir diagramme fonctionnel, Figure 9 page 9/12).

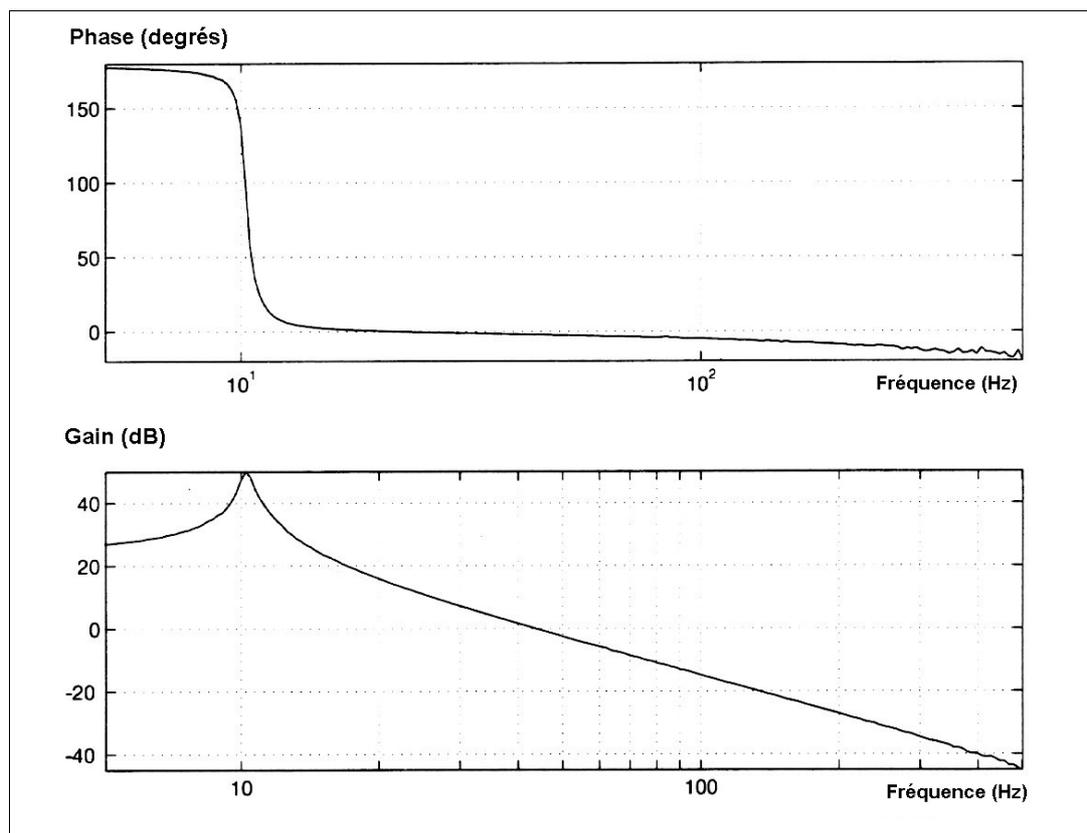


Figure 12 :
Prototype n°1
Axe X
Diagramme de Bode de la FTBO expérimentale

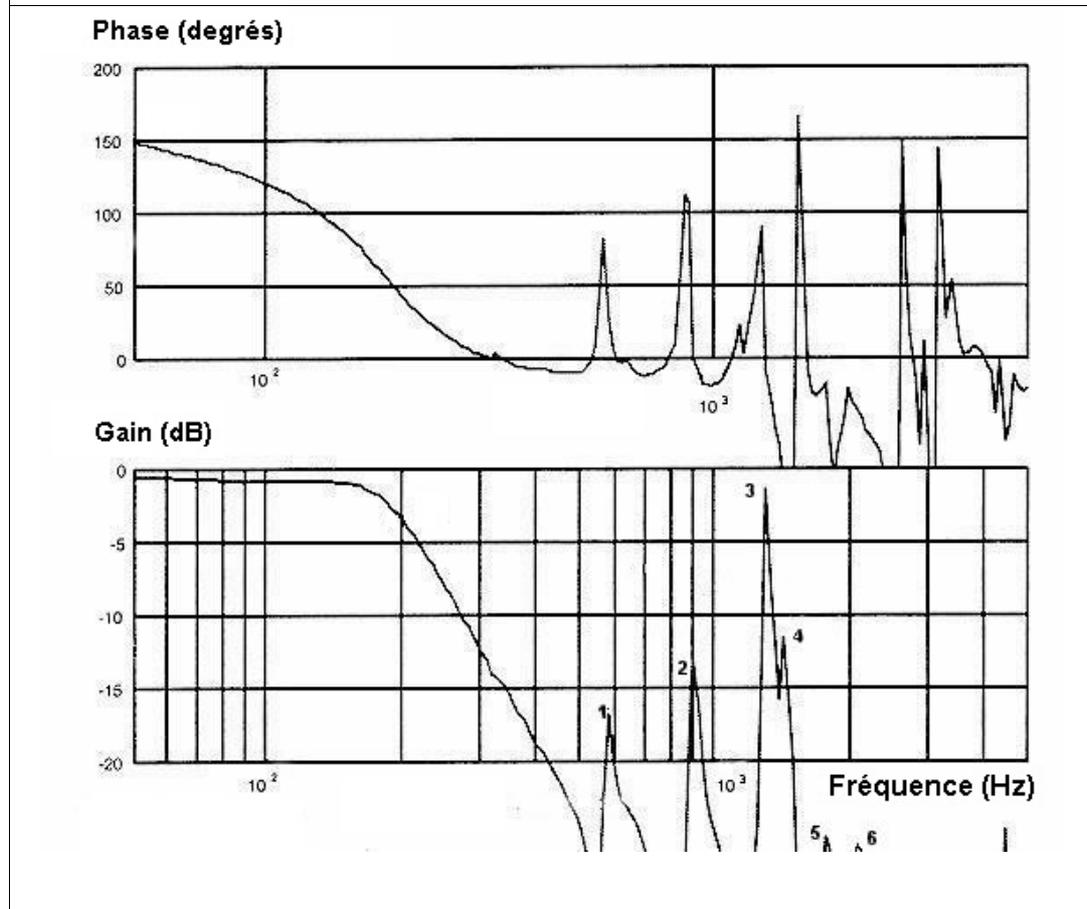


Figure 13 :
Prototype n°1
Axe X
Diagramme de Bode de la FTBF expérimentale

Tableau 3 :
Fréquences de résonance de la Figure 13

Point n°	Hz
1	587
2	975
3	1412
4	1550
5	1812
6	2105

Tableau 4 : Étude vibratoire simulée par logiciel d'éléments finis.
Modes vibratoires propres du prototype 1

Fréquence (Hz)	Description
12.2	Rotation / X (fondamental)
13.6	Rotation / Y (fondamental)
369	Translation / Y
381	Translation / Z
382	Translation / X
686	Mode vibratoire de la structure de l'anneau intermédiaire 2
1413	Translation / Z du berceau de miroir 5
1693	Rotation / Y de l'anneau intermédiaire 2
1797	1 ^{er} mode vibratoire de la structure du berceau de miroir 5
1955	2 ^{ème} " "
2000	3 ^{ème} " "

3.3.4. PROTOTYPE 2

La principale modification entre les prototypes 1 et 2 consiste en un allègement de l'anneau intermédiaire.

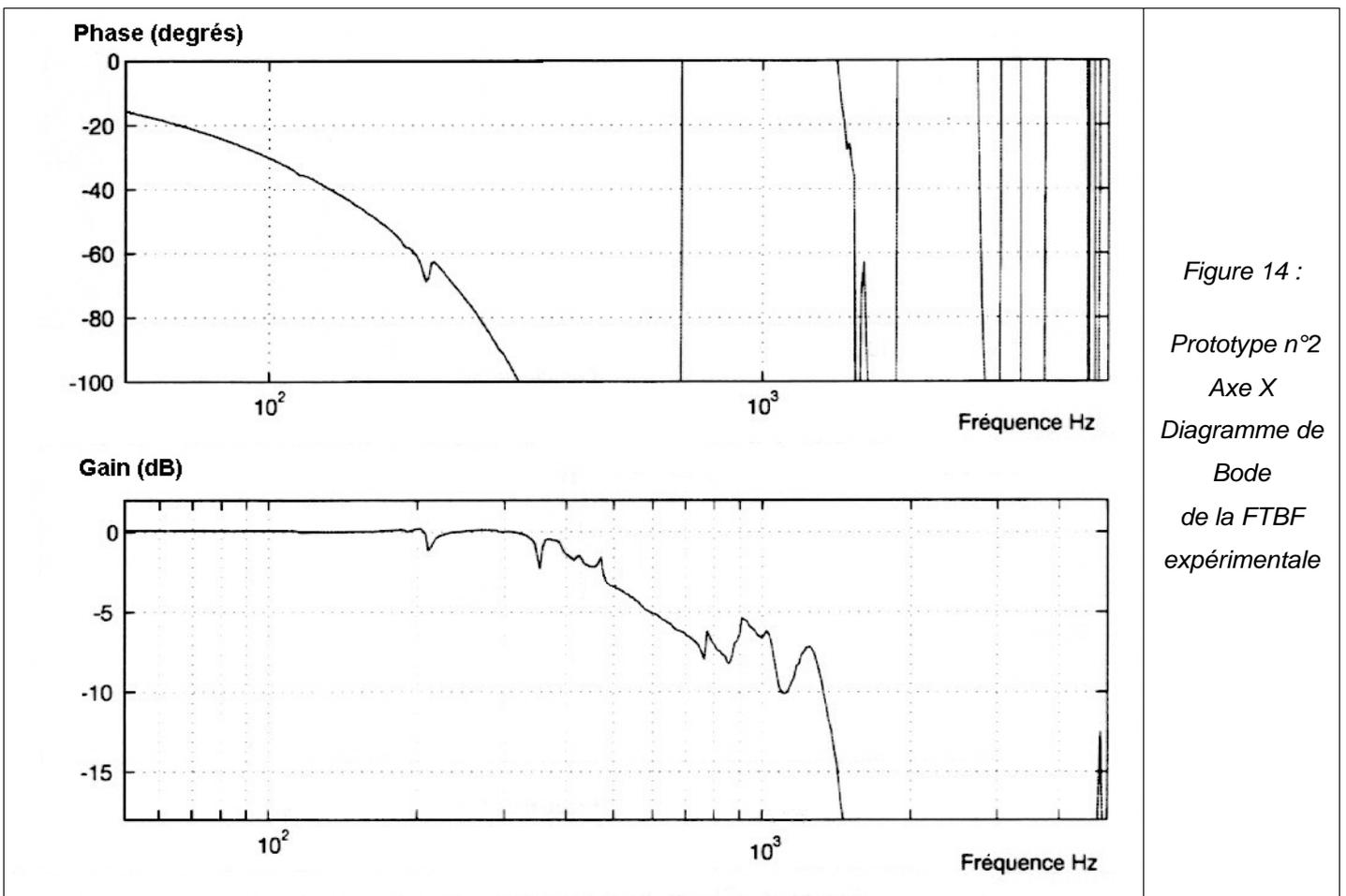


Figure 14 :
Prototype n°2
Axe X
Diagramme de
Bode
de la FTBF
expérimentale

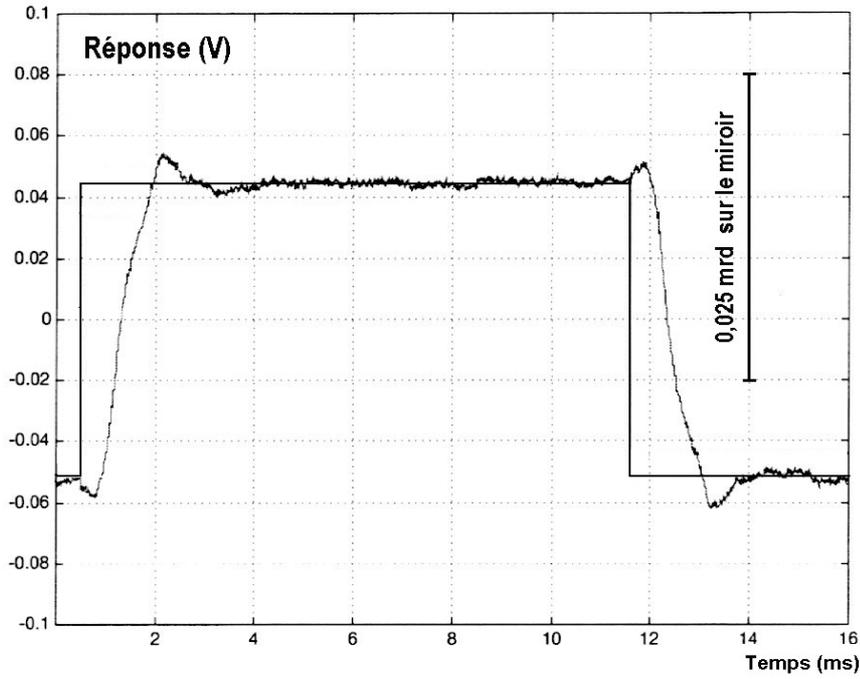


Figure 15 :
 Prototype n°2
 Axe X
 Réponse
 indicielle en
 BF
 expérimentale

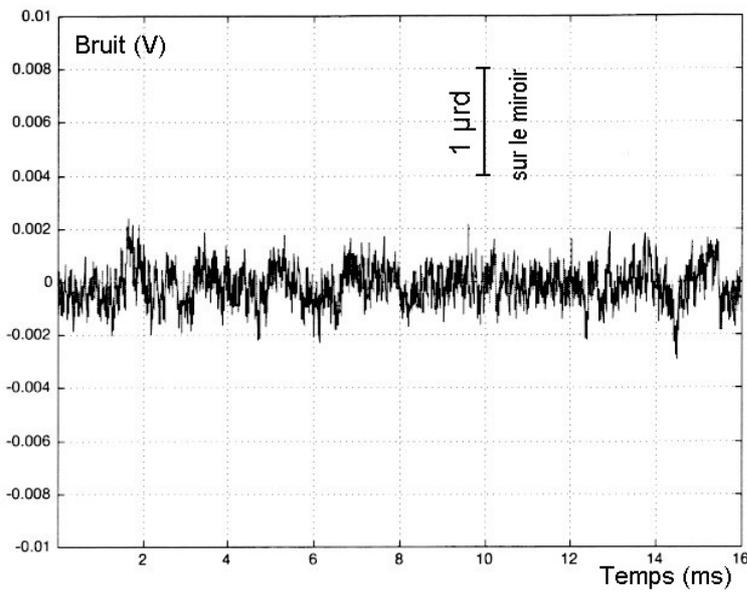


Figure 16 :
 Prototype n°2
 Axe X
 Mesures de
 bruit

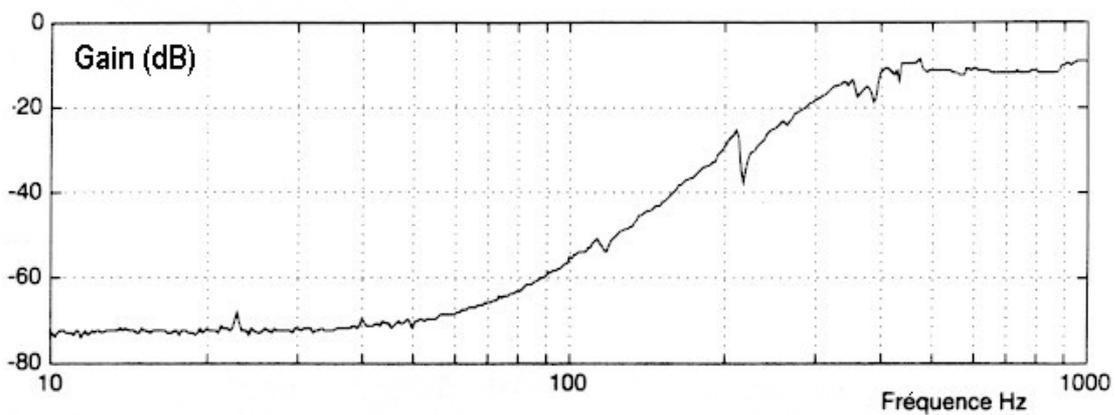


Figure 17 :
 Prototype n°2
 Couplage
 entre axes :
 Influence de
 l'axe X sur
 l'axe Y
 (entrée
 sinusoïdale
 sur X, lecture
 du gain sur Y)
